Trabalho -03 MAP214

1 Integração numérica

- 1)**Faça um programa** para integrar uma função em um intervalo finito em uma dimensão.

  O programa principal deverá chamar uma subrotina, passando-lhe informação sobre (i) a função que será integrada (ii)o intervalo e (iii) o número de passos.

  Use o método composto

  (a)do trapézio

  (b)Use o código desenvolvido no item (a) para desenvolver um programa que use o método de Romberg. Veja que para cada refinamento, não é necessário recalcular a função nos pontos anteriormente calculados. Veja uma implementação eficiente em NR, cap 4.

- 2)**Apresentação dos resultados.**

2.1)Listagem do código
Os códigos acima serão testado no seguinte exemplo $I = \int_0^1 x(1-x^2)^{1/2}dx$
2.2)Tabela 1: Chame $I_{a,N}$ a aproximação a I obtida usando o método (a) (trapézio) com N pontos. Use notação semelhante para os outros métodos. Apresente uma tabela contendo os resultados $I_{i,N}$ para $i =$(a), (b) e (c) e $N = 2^m, m = 1, 2, ...10$. Apresente uma estimativa do erro.
2.3): Gráfico do log(abs(erros)) como função de m

- 3) **Este item não é necessário: A mudança** de variáveis $x = \cos\theta$, note que há uma melhora no comportamento nos extremos.

  Use os mesmos códigos, mude a função e os limites e verifique que os erros numéricos são muito menores. Discuta.

(para a análise de erros pode usar o fato, que é em geral impossível, que o valor exato da integral pode ser calculado, use esse resultado para estimar o erro.

2 Monte Carlo

O objetivo agora é escrever o código de Monte Carlo para calcular uma integral e analisar os resultados. Embora o método seja útil para integrais sobre regiões de alta dimensionalidade, estudaremos sua aplicação à quadratura unidimensional.

2.1 Procedimento

- Escreva um programa que implementa o método de Monte Carlo, algoritmo de Metropolis para calcular a integral $I(\{f\})$. Apresente a listagem

- Defina $I_n(y) = \int_{-\infty}^{y} x^n e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2\pi}}$. Faça três tabelas (para $n = 0, 1, 2$) com os valores obtidos na estimativa de $I_n(y)$ para $y = -4, ..., 4$ com passos de $\Delta y = 1$ Calcule a a estimativa para $N = 2^m$, $m = 2, ...16$, $\Delta m = 2$. Apresente os gráficos.

- Este item não é necessário: Note que a função peso $\omega(x) = exp(-x^2/2)$ é adequada, voce poderia obter amostras de x distribuidas de acordo com esta distribuição normal fazendo uma simples mudança de variáveis, mas não o faça - a não ser que queira comparar os resultados com Metropolis . Escolha um tamanho de caixa δx, e varie ($\delta x = .1$ e 5.0) para comparar os resultados. Discuta os resultados no caso particular $y = 0, n = 0$ onde o resultado exato é conhecido $I_0(0) = 1/2$

- Chame $I(N)$ a estimativa de uma integral com N passos MC. Uma estimativa do erro pode ser feita $e_1(N)$=$|I(N)$ -$I(N/2)|$. Esta estimativa depende da sequência particular de números aleatórios e convem fazer algumas (de 5 a 10) para calcular o valor esperado do erro Verifique, (para $y = 0$) como diminui o erro com N. O gráfico do $log(e_1(N))$ vs $log(N)$ deve ser aproximadamente uma reta. Qual é o seu coeficiente angular?

- Não é necessário: Desafio : Calcule a função de correlação $C_k = \frac{<f_i f_{i+k}> - <f_i>^2}{<f_i^2> - <f_i>^2}$ onde, por exemplo $f = x^2$ e apresente um gráfico com função de k.

- Para simplificar use como gerador de números aleatórios a função intrínseca fornecida por seu compilador.